

Primul baraj de selecție pentru OBMJ 2003, Moldova, 12 aprilie 2003

**Problema 5.** Să se demonstreze că orice număr natural este egal cu diferența dintre a două numere naturale care au același număr de factori primi.

**Problema 6.** Numerele reale  $x$  și  $y$  satisfac simultan condițiile

$$\sqrt{3x} \left(1 + \frac{1}{x+y}\right) = 2, \quad \sqrt{7y} \left(1 - \frac{1}{x+y}\right) = 4\sqrt{2}.$$

Să se determine valoarea numerică a raportului  $\frac{y}{x}$ .

**Problema 7.** Triunghiul  $ABC$  este isoscel cu  $AB = BC$ . Punctul  $F$  al laturii  $[BC]$  și punctul  $D$  al laturii  $[AC]$  sunt picioarele bisectoarei interioare duse din  $A$ , respectiv înălțimii duse din  $B$ . Știind că  $AF = 2BD$ , aflați măsura unghiului  $ABC$ .

**Problema 8.** Într-un sistem cartezian de coordonate orice punct cu coordonate numere întregi se numește *punct laticial*. Fie  $P_n(n, n+5)$  un punct laticial și notăm cu  $f(n)$  numărul punctelor laticiale de pe segmentul deschis  $(OP_n)$ , unde punctul  $O(0,0)$  este originea sistemului de coordonate. Să se calculeze numărul  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2002) + f(2003)$ .