Primul baraj de selecţie pentru OBMJ 2003, Moldova, 12 aprilie 2003

Problema 1. Fie $n \geq 2003$ un număr natural astfel încât numărul $1 + 2003n$ este un pătrat perfect. Să se demonstreze că numărul $n+1$ este egal cu o sumă de 2003 pătrate perfecte nenule.

Problema 2. Numerele reale strict pozitive a, b, c satisfac relaţia $a^2+b^2+c^2 = 3abc$. Să se demonstreze inegalitatea

$$\frac{a}{b^2c^2} + \frac{b}{c^2a^2} + \frac{c}{a^2b^2} \geq \frac{9}{a+b+c}\,.$$

Problema 3. Fie $ABCD$ un patrulater cu diagonalele perpendiculare, înscris într-un cerc de centru O, iar M şi N mijloacele laturilor $[BC]$ şi respectiv $[CD]$. Să se afle valoarea numerică a raportului ariilor figurilor $OMCN$ şi $ABCD$.

Problema 4. Fie m şi n cifre arbitrare ale sistemului zecimal de numeraţie, iar a, b, c numere naturale de forma $2^m \cdot 5^n$ diferite două câte două. Să se determine numărul tuturor ecuaţiilor de forma $ax^2 - 2bx + c = 0$ dacă se ştie că fiecare ecuaţie are o singură soluţie reală.