BARAJUL 2 PENTRU JUNIORI, 2002

14 aprilie 2002

Problema 5. Pentru orice număr natural $m \geq 1$ şi orice număr real $x \geq 0$ definim expresia

$$E(x,m) = \frac{(1^4+x)(3^4+x)(5^4+x)\cdot\ldots\cdot[(2m-1)^4+x]}{(2^4+x)(4^4+x)(6^4+x)\cdot\ldots\cdot[(2m)^4+x]}.$$

Se ştie că $E\left(\frac{1}{4},\ m\right) = \frac{1}{1013}$. Să se determine valoarea lui m.

Problema 6. Să se determine cel mai mic număr întreg strict pozitiv n pentru care există numerele întregi strict pozitive x_1, x_2, $\ldots$, x_n astfel încât fiecare număr natural de la 1001 până la 2021 inclusiv poate fi scris ca sumă de unu sau mai mulţi termeni diferiţi x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

Problema 7. Latura pătratului $ABCD$ are lungimea egală cu 1. Pe laturile (BC) şi (CD) se iau respectiv punctele arbitrare M şi N astfel încât perimetrul triunghiului MCN este egal cu 2.
a) Să se determine măsura unghiului $\sphericalangle MAN$.
b) Dacă punctul P este piciorul perpendicularei duse din punctul A la dreapta MN, să se determine locul geometric al punctelor P.

Problema 8. Să se găsească toate tripletele (a, b, c) de numere întregi strict pozitive dacă se ştie că numerele a^2b, b^2c, c^2a divid numărul $a^3 + b^3 + c^3$.